www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/ ۱۷	
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه	

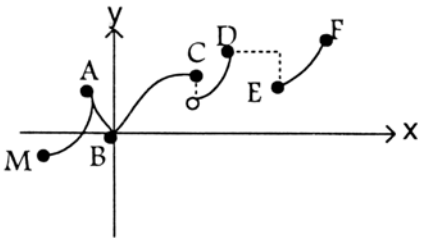
ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $f=\{(۴,a^۲),(۳,-۱),(۴,۲)\}$ معرف تابع باشد ، مقدار a را تعیین کنید .	۰/۵
۲	دامنه توابع زیر را بدست آورید . الف) $f(x)=\frac{۵x-۱}{\lvert x\rvert-۳}$ ب) $g(x)=\sqrt[۳]{\frac{x+۱}{x-۱}}$	۱
۳	توابع $f(x)=\sqrt{x+۳}$ و $g(x)=۲-\frac{x}{۳}$ مفروضند . مطلوبست : الف) دامنه تابع gof ب)ضابطه تابع gof	۱
۴	اگر α و β ریشه های معادله $x^۲-۷x+۴=۰$ باشند ، بدون محاسبه α و β مقدار عددی $\alpha\sqrt{\beta}+\beta\sqrt{\alpha}$ را تعیین کنید .	۱
۵	اگر $۲x^۳+۳x^۲-۲mx+n$ بر $x+۲$ بخشپذیر باشد نشان دهید $n+۴m=۴$	۰/۵
۶	با فرض معکوس پذیری توابع f,g ، معکوس تابع $f(x)=۱-\frac{g(x-۱)}{۳}$ را تعیین کنید.	۱
۷	حدود توابع زیر را ، در صورت وجود ، محاسبه کنید . ([ ] نماد جزء صحیح است .) الف) $\lim_{x\to\pi^+}\frac{\cos x}{۲+[\sin x]}$ ب) $\lim_{x\to۱}\left(x^۲-۱\right)\tan\frac{\pi}{۲}x$ ج) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{۴x^۲+۱}-x\right)$ د) $\lim_{x\to۱}\sqrt{۱-x}$	۲/۲۵
۸	معادله خطوط مجانبهای افقی و قائم تابع $y=\frac{۱}{\sqrt{x+۱}}-\frac{۱}{x}$ را در صورت وجود تعیین کنید .	۱/۲۵
۹	تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{\lvert x+۱\rvert}{x+۱}+۲ & , \quad x\neq -۱\\ ۱ & , \quad x=-۱\end{cases}$ مفروض است . پیوستگی این تابع را در نقطه $x_۰=-۱$ بررسی کنید . **ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم**	۱/۵

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/ ۱۷	
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه	

۱۰	۱ - مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y=\dfrac{x^{۲}-۱}{(۳x+۵)^{۲}}$ ب) $y=\text{Sin}^{۳}x.\text{Cot}۲x$ ج) $y=\sqrt[۳]{(۲x-۱)^{۲}}\ \text{Cos}\,x$	۱/۲۵
	۲ - اگر $f'(x)=x^{۲}$ مشتق $y=f(\sqrt{۲x})$ را محاسبه کنید. (y'_x)	۰/۵
۱۱	تابع $y=\dfrac{ax+b}{cx+۱}$، $c\neq ۰$ مفروض است . مقادیر a و b و c را به قسمی بیابید که منحنی تابع از نقطه $(۲,۰)$ بگذرد و نقطه $(-۱,۲)$ مرکز تقارن آن باشد .	۱/۵
۱۲	اگر شعاع یک کره ۳ سانتیمتر باشد ، آهنگ آنی تغییر سطح و تغییر حجم آن را پیدا کنید .	۱
۱۳	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x)=\lvert ۳x-x^{۳}\rvert$ را در $x_{\circ}=۰$ بررسی کنید.	۱
۱۴	معادله خط قائم بر منحنی $y=x^{۳}-۳x+۱$ را در نقطه عطف آن بنویسید.	۰/۷۵
۱۵	تابع $y=\tan x.\cot x$ مفروض است نمودار تابع را رسم کنید وسپس دوره تناوب آن را تعیین کنید.	۰/۷۵
۱۶	کدامیک از نقاط مشخص شده زیر بحرانی واکسترمم مطلق است؟ 	۰/۷۵
۱۷	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\text{Arc sin}\sqrt{x-۱}$ را رسم کنید .	۱/۲۵
۱۸	ابتدا نمودار تابع $y=۲x-۵$ را رسم کنید و با استفاده از نمودار ، حاصل $\int_{-۱}^{\frac{۱}{۲}}(۲x-۵)dx$ را حساب کنید .	۱/۲۵
	« موفق باشید » جمع نمـرات	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/ ۱۷
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	برای آن که f تابع باشد لازم است که $(۴,a^۲)=(۴,۲)$ $\quad a^۲=۲ \Rightarrow a=\pm\sqrt{۲}$ $(۰/۲۵)$ $\quad$ $(۰/۲۵)$
۲	الف: $\lvert x\rvert-۳=۰ \Rightarrow x=\pm۳$ $(۰/۲۵) \Rightarrow D_f=R-\{۳,-۳\}$ $(۰/۲۵)$ ب: $x-۱=۰ \Rightarrow x=۱$ $(۰/۲۵) \Rightarrow D_g=R-\{۱\}$ $(۰/۲۵)$
۳	الف) $D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}=[-۳,+\infty)$ $(۰/۵)$ ب) $(gof)(x)=g(f(x))=۲-\dfrac{\sqrt{x+۳}}{۳}$ $(۰/۵)$
٤	$S=۷$ و $P=۴$ $(۰/۲۵)$ $A=\alpha\sqrt{\beta}+\beta\sqrt{\alpha} \Rightarrow A^۲=\alpha^۲\beta+\beta^۲\alpha+۲\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta}=\alpha\beta(\alpha+\beta)+۲\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta}=۴۴$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $\rightarrow A=۲\sqrt{۱۱}$ $(۰/۲۵)$
۵	$P(-۲)=۰ \Rightarrow ۲(-۸)+۱۲+۴m+n=۰$ $(۰/۲۵) \Rightarrow ۴m+n=۴$ $(۰/۲۵)$
٦	$f(x)=y \Rightarrow f^{-۱}(y)=x$ (۱) $y=۱-\dfrac{g(x-۱)}{۳}$ $(۰/۲۵) \Rightarrow ۳y-۳=-g(x-۱)$ $(۰/۲۵) \Rightarrow x-۱=g^{-۱}(۳-۳y)$ $x=۱+g^{-۱}(۳-۳y)$ (۲) $(۰/۲۵)$ $\overset{(۱)\text{ و }(۲)}{\Rightarrow} f^{-۱}(x)=۱+g^{-۱}(۳-۳x)$ $(۰/۲۵)$
۷	الف) $\lim\limits_{x\to\pi^+}\dfrac{\cos x}{۲+(-۱)}=\dfrac{-۱}{۱}=-۱$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ ب) $\lim\limits_{\substack{x\to۱\\ t=x-۱\to۰\\ t+۱=x}}\dfrac{(x^۲-۱)\sin\frac{\pi}{۲}x}{\cos\frac{\pi}{۲}x}=\lim\limits_{t\to۰}\dfrac{t(t+۲)\sin\frac{\pi}{۲}(t+۱)}{\cos\frac{\pi}{۲}(t+۱)}=\lim\limits_{t\to۰}\dfrac{\frac{\pi}{۲}t(t+۲)\cos\frac{\pi}{۲}t}{\frac{\pi}{۲}(-\sin\frac{\pi t}{۲})}=\dfrac{-۴}{\pi}$ $(۰/۲۵)$ ج) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(\sqrt{۴x^۲+۱}-x\right)\left(\sqrt{۴x^۲+۱}+x\right)}{\sqrt{۴x^۲+۱}+x}=\lim\dfrac{۴x^۲+۱-x^۲}{۲x\sqrt{۱+\frac{۱}{۴x^۲}}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ د) $\lim\limits_{x\to۱^+}\sqrt{۱-x}$ نیست $\Rightarrow$ موجود $\quad \lim\limits_{x\to۱}\sqrt{۱-x}$ وجود ندارد $(۰/۲۵)$ $\quad$ $(۰/۲۵)$

ادامه در صفحه‌ی دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: **۱۳۸۲/۱۰/ ۱۷**
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲	**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه**

۸

$x+1>0 \quad x>-1 \quad D=(-1,+\infty)$

$x+1=0 \quad \boxed{x=-1}$ مجانب قائم (۰/۲۵) $\quad y=\dfrac{x-\sqrt{x+1}}{x\sqrt{x+1}}$ (۰/۲۵)

$\boxed{x=0}$ مجانب قائم (۰/۲۵)

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-\sqrt{x+1}}{x\sqrt{x+1}}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x}{x\sqrt{x}}=0$ $\quad \boxed{y=0}$ مجانب افقی

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۹

مقدار تابع $f(-1)=1$ (۰/۲۵)

$$\lim_{x\to -1} f(x)=\lim_{x\to -1}\left(\frac{|x+1|}{x+1}+2\right)=\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\dfrac{x+1}{x+1}+2\right)=3 & (0/5)\\ \lim\limits_{x\to(-1)^-}\left(\dfrac{-(x+1)}{x+1}+2\right)=1 & (0/5)\end{cases}$$

تابع در $x_0=-1$ پیوستگی چپ دارد ولی پیوسته نیست . (۰/۲۵)

۱۰

۱ -

الف) $y'=\dfrac{2x(3x+5)^2-2(3x+5)3\times(x^2-1)}{(3x+5)^4}$ (۰/۲۵)

ب) $y'=3\sin^2 x\cos x.\cot 2x+(-2)(1+\cot^2 2x)(\sin^2 x)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ج) $y'=\dfrac{2(2)}{3\sqrt[3]{(2x-1)}}\cos x+(-\sin x)\sqrt[3]{(2x-1)^2}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۲ - $y'=\dfrac{2}{2\sqrt{2x}}\times f'(\sqrt{2x})=\dfrac{1}{\sqrt{2x}}\times(\sqrt{2x})^2=\dfrac{2x}{\sqrt{2x}}=\sqrt{2x}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۱۱

$(2,0)\to 0=\dfrac{2a+b}{2c+1}\to 2a+b=0$ (۰/۲۵)

$c(-1)+1=0\to c=1$ (۰/۲۵)

$\dfrac{a}{c}=2$ (۰/۲۵) $\to a=2c$ $\Big\}\to a=2$ (۰/۲۵) $\Big\}\ b=-4$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۱۲

$S=4\pi R^2\to S'=8\pi R\to S'=8\pi(3)=24\pi$ (۰/۵)

$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3\to V'=4\pi R^2\to V'=4\pi(3)^2=36\pi$ (۰/۵)

ادامه در صفحه‌ی سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/ ۱۷
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه**

۱۳

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{|3x-x^3|}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{|x||3-x^2|}{x}$$ (۰/۲۵)

$$=\begin{cases}\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x|3-x^2|}{x}=3 & (0/25)\\[2mm] \lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{(-x)|3-x^2|}{x}=-3 & (0/25)\end{cases}\to f'_-(0)\neq f'_+(0)\to$$ f' در $x=0$ وجود ندارد (۰/۲۵)

۱۴

$y'=3x^2-3$ $\qquad$ $m_{\text{مماس}}=-3\to m_{\text{قائم}}=\frac{1}{3}$ (۰/۲۵)

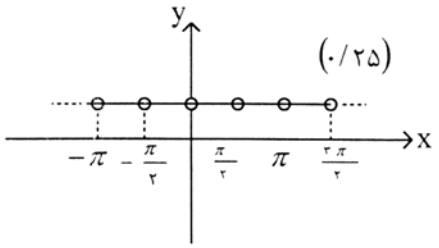
$y''=6x=0\to x=0\to y=1\to(0,1)$ (۰/۲۵) عطف $\qquad y-1=\frac{1}{3}(x-0)\to y=\frac{1}{3}x+1$ (۰/۲۵)

۱۵

$y=\tan x.\cot x=1$ (۰/۲۵) $\qquad$ دوره تناوب اصلی $T=\frac{\pi}{2}$ (۰/۲۵)

اگر $\cos x\neq 0\ ,\ \sin x\neq 0$

$\Rightarrow D=\{x\in R\ |\ x\neq k\pi, k\in z, x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}\}$



(۰/۲۵)

۱۶

F: مطلق Max (۰/۲۵) $\qquad$ M: مطلق Min (۰/۲۵) $\qquad$ M,A,B,C,D,E,F بحرانی (۰/۲۵)

ادامه در صفحه‌ی چهارم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/ ۱۷
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

۱۷

$$\circ \le \sqrt{x-1} \le 1 \rightarrow \circ \le x-1 \le 1 \rightarrow 1 \le x \le 2 \quad (۰/۲۵)$$

$x = 1 \rightarrow y = \circ$

$x = 2 \rightarrow y = \frac{\pi}{2}$

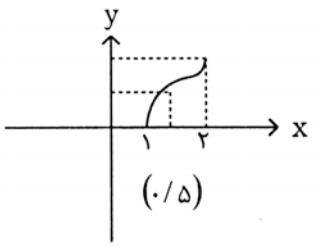
$$y' = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{1-(x-1)}} > \circ \quad (۰/۲۵)$$

$x = 1 \rightarrow y' = \infty$

$x = 2 \rightarrow y' = \infty$

x	۱		$\frac{3}{2}$		۲
y'	∞		‖		∞
y	۰	↗	$\frac{\pi}{4}$	↗	$\frac{\pi}{2}$

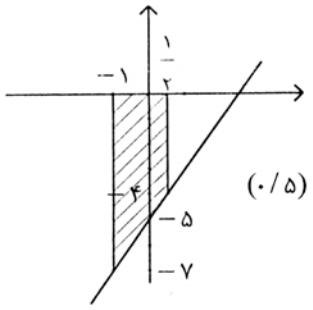
(۰/۲۵)



(۰/۵)

۱۸

$$\int_{-1}^{\frac{1}{2}} (2x-5)dx = -\frac{(7+4)(\frac{3}{2})}{2} = -\frac{33}{4} \quad (۰/۷۵)$$



(۰/۵)

با عرض سلام و خسته نباشید

لطفاً برای کلیه روشهای حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید . با تشکر

www.alm.loxblog.com